CURIOSIDADE SOBRE AS POTÊNCIAS QUADRADAS

RODRIGO DOS ANJOS AZEVEDO

Quando fiz minha Graduação em Ciências com Habilitação Plena em Matemática no CES-JF, tive a oportunidade de fazer 4 disciplinas com o professor Alberto Hassen Raad, que colaborou demais para o meu amadurecimento na Matemática. Numa das disciplinas que estudei com ele, História da Matemática, em uma de suas aulas ele nos apresentou um esquema que seu Professor tinha mostrado para eles quando ele fez a sua Graduação sobre como determinar rapidamente potências quadradas de números naturais que terminam em 5. A regra é:

Toda potência dessa forma termina em 25, daí pegamos o número que antecede o 5 e fazemos o produto dele pelo seu consecutivo, assim fica: $x5^2 = \left[x \cdot \left(x + 1\right)\right] 25$

Exemplos:

$15^2 = 225$, termina em 25 e $1 \cdot 2 = 2$

$65^2 = 4225$, termina em 25 e $6 \cdot 7 = 42$

$105^2 = 11025$ termina em 25 e $10 \cdot 11 = 110$

Após a apresentação desse resultado, o professor Raad falou que tinha descoberto uma regra para o 7, e que numa aula oportuna nos contaria. Então pensei "ele nos apresentou uma regra existente para o 5. Além disso, falou-nos que havia descoberto uma regra para o 7. Logo, verei se consigo determinar um padrão para todas elas". E, de fato, esse padrão existe. Todavia, sua determinação não é tão rápida quanto no caso da potência 5, mas funciona, pois as potências quadradas de um número natural obedecem ao esquema a seguir:

$$x0^2 = [(x0 + 0) \cdot x]\ 0$$
$$x1^2 = [(x1 + 1) \cdot x]\ 1$$
$$x2^2 = [(x2 + 2) \cdot x]\ 4$$
$$x3^2 = [(x3 + 3) \cdot x]\ 9$$
$$x4^2 = [(x4 + 4) \cdot x + 1]\ 6$$
$$x5^2 = [(x5 + 5) \cdot x + 2]\ 5$$
$$x6^2 = [(x6 + 6) \cdot x + 3]\ 6$$
$$x7^2 = [(x7 + 7) \cdot x + 4]\ 9$$
$$x8^2 = [(x8 + 8) \cdot x + 6]\ 4$$
$$x9^2 = [(x9 + 9) \cdot x + 8]\ 1$$

Na notação acima, o último dígito é justaposto ao resultado da operação indicada entre colchetes.

Exemplos, sobre a escrita acima:

$$10^2 = \left[\left(10+0\right)\cdot 1\right]\ 0\ =\ 100$$
$$11^2 = \left[\left(11+1\right)\cdot 1\right]\ 1 =\ 121$$
$$12^2 = \left[\left(12+2\right)\cdot 1\right]\ 4\ =\ 144$$
$$13^2 = \left[\left(13+3\right)\cdot 1\right]\ 9\ =\ 169$$
$$14^2 = \left[\left(14+4\right)\cdot 1+1\right]\ 6\ =\ 196$$
$$15^2 = \left[\left(15+5\right)\cdot 1+2\right]\ 5\ =\ 225$$
$$25^2 = \left[\left(25+5\right)\cdot 2+2\right]\ 5\ =\ 625$$
$$35^2 = \left[\left(35+5\right)\cdot 3+2\right]\ 5\ =\ 1225$$
$$16^2 = \left[\left(16+6\right)\cdot 1+3\right]\ 6\ =\ 256$$
$$26^2 = \left[\left(26+6\right)\cdot 2+3\right]\ 6\ =\ 676$$
$$36^2 = \left[\left(36+6\right)\cdot 3+3\right]\ 6\ =\ 1296$$
$$37^2 = \left[\left(37+7\right)\cdot 3+4\right]\ 9\ =\ 1369$$
$$38^2 = \left[\left(38+8\right)\cdot 3+6\right]\ 4\ =\ 1444$$
$$39^2 = \left[\left(39+9\right)\cdot 3+8\right]\ 1\ =\ 1521$$

A justificativa do exposto acima é a de todo número natural poder ser escrito na forma $10 \cdot a + b$ em que a e b também sejam números naturais maiores do que ou iguais a zero. Sendo b menor do que 10, o resultado do quadrado de um número natural conforme o escrito acima será:

$$100 \cdot a^2 + 2 \cdot 10 \cdot a \cdot b + b^2$$

Podemos ainda escrevê-lo dessa forma:

$$(10a + 2b) \cdot 10 \cdot a + b^2 \text{ ou}$$
$$(10a + b + b) \cdot a \cdot 10 + b^2$$

Como estávamos supondo que o número natural era da forma xb, então $x = a$ e $10.a + b$ será igual a xb e , portanto, segue o resultado.