

QUEBRA-CABEÇA QUADRADO

ÉLVIA MUREB SALLUM
UFMS - USP

Neste trabalho veremos que, cortando uma região poligonal por um número finito de retas e justapondo as peças, ela pode ser transformada num quadrado.

Atingiremos nosso objetivo depois de mostrar, uma a uma, as seguintes decomposições: de um retângulo em um quadrado, de um retângulo em outro retângulo de base unitária, de um triângulo em um retângulo e a de um polígono em um retângulo.

Como consequência teremos que, dadas duas regiões poligonais de mesma área, uma pode ser decomposta de modo que justapondo as peças se obtenha a outra.

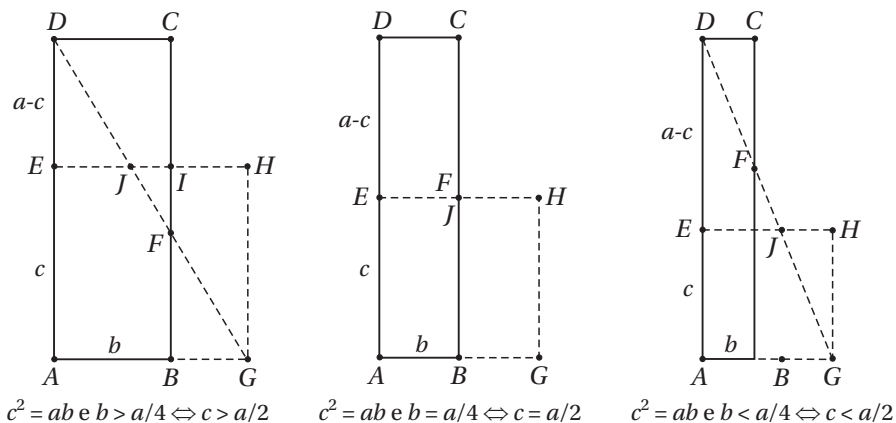
Em cada passo, os alunos poderão observar fisicamente as afirmações desenhando, recortando e compondo em papel-cartão ou outro material.

Decomposição de retângulo em quadrado

Todo retângulo pode ser transformado num quadrado decompondo-o com cortes retilíneos e justapondo as peças. De fato:

Dado um retângulo $ABCD$ de lados $AD = a$ e $AB = b$, com $a > b$, considere c tal que $c^2 = ab$, marque os pontos $E \in AD$ e $F \in BC$, com $FC = AE = c$, e faça cortes pelo segmento DF

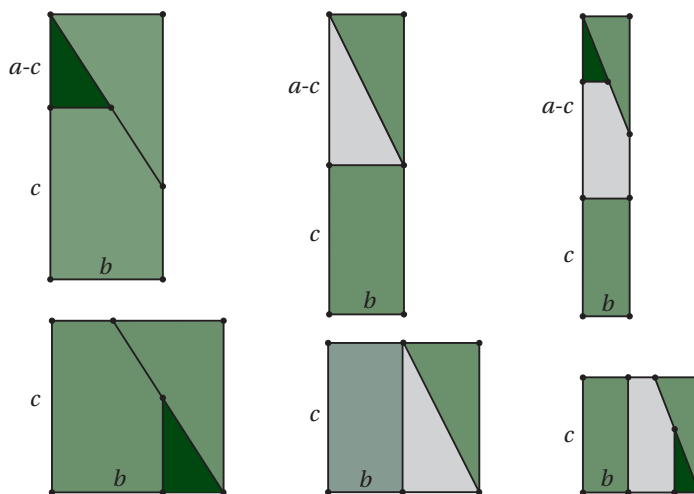
e pelo segmento EJ paralelo à base AB .



Nas três figuras acima, em que completamos o quadrado $AEHG$, tem-se as congruências

$$\triangle DCF \cong \triangle JHG \text{ (LAAo)} \text{ e } \triangle DEJ \cong \triangle FBG \text{ (ALA)}.$$

Por isso, no caso $c \geq a/2$, recortando as peças DEJ e DCF e juntando-as à figura $ABFJE$, que sobrou do retângulo $ABCD$ inicial, de modo que DE coincida com BF e DF coincida com JG , obtém-se o quadrado $AGHE$. E no caso $c < a/2$?



Decomposição de retângulo em retângulo de lado unitário

Inicialmente desenhamos o retângulo $ABCD$ com os lados a e b tais que $a < 1 < b$. Construímos o triângulo retângulo DEC com hipotenusa $CE = 1$ e o