

○ FRACTAL DE GROSSMAN

ANA LÚCIA BRAZ DIAS
Central Michigan University

Fractais têm dado ar novo às aulas de Geometria de muitos professores do ensino fundamental e médio. Esses objetos são criações relativamente recentes na Matemática e, apesar de constituírem um campo de investigação de vanguarda, têm algumas propriedades capazes de ser compreendidas e apreciadas pelas mentes curiosas de crianças e jovens. As representações gráficas dos fractais geralmente fascinam por sua beleza, seu aspecto fragmentado e pela característica conhecida como autossemelhança: partes dos objetos se assemelham ao todo e a subpartes. Fractais são notórios também pela relação intrigante entre seus perímetros e áreas. Esses objetos podem se tornar tão rugosos, tão fragmentados, que nos permitem encontrar perímetros extensos em áreas limitadas. Uma exposição mais detalhada sobre alguns dos fractais mais conhecidos, como o *floco de neve de Koch*, o *triângulo de Sierpinski* e o *conjunto de Cantor*, pode ser encontrada, por exemplo, no artigo *Fractais no ensino médio*, publicado na RPM 57.

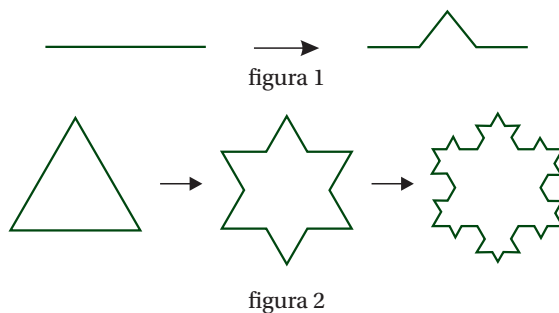
Neste artigo apresentamos um fractal, criado pelo matemático George Grossman (1997), com algumas propriedades que podem ser exploradas em sala de aula de diversos níveis, do ensino fundamental, médio ou superior, com adaptações a cada caso.

Construção de fractais

É importante esclarecer que a construção de um fractal é um processo que não se completa em um número finito de passos. Ele se dá pela aplicação de uma regra de transformação em determinadas partes do objeto resultante, repetidas vezes. Idealmente, infinitas vezes.

Três informações são importantes então para a construção de um fractal: a) qual é a semente; b) qual é a transformação ou o procedimento gerador; e c) onde será aplicado o procedimento gerador.

Por exemplo, o floco de neve de Koch parte de um triângulo equilátero, que podemos dizer então ser o seu Estágio 0, ou semente. A transformação geradora desse fractal se aplica a segmentos de reta e está ilustrada na figura 1. A cada estágio iteramos a regra para obter o estágio seguinte. Neste caso, uma iteração consiste em aplicar a transformação geradora a todos os segmentos de reta existentes naquele determinado estágio. A figura 2 ilustra os estágios 0, 1 e 2 do floco de neve de Koch.



A construção do fractal de Grossman

Como acontece com o floco de neve de Koch ou com o triângulo de Sierpinski, o fractal de Grossman é construído a partir de um triângulo. No entanto, enquanto aqueles partem de um triângulo equilátero, este começa com um triângulo retângulo isósceles.

A transformação geradora, ou a regra de iteração para a construção do fractal, consiste na construção de duas projeções ortogonais,

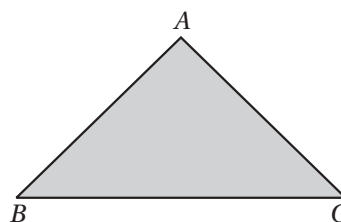


figura 3 - estágio 0