Enem 2009: vazamentos, erros e contextualização

Antonio Luiz Pereira
Severino Toscano Melo
Comitê Editorial da RPM/IME-USP

Depois do cancelamento da aplicação do ENEM 2009, por quebra de sigilo, a prova finalmente ocorreu nos dias 05 e 06 de dezembro. Foram bastante discutidos na imprensa os problemas de organização e logística envolvidos no processo; contudo, relativamente pouco foi dito sobre a adequação e qualidade da prova em si. Queremos contribuir com comentários críticos sobre algumas questões das duas provas específicas de "Matemática e suas Tecnologias"; a que vazou e a que foi aplicada.

Os objetivos, forma e conteúdo desse exame precisam ser melhor debatidos, mas preferimos aqui nos concentrar em questões de caráter mais técnico. Nesse sentido as provas têm qualidades, mas também apresentam falhas que precisam ser corrigidas. Essas falhas são mais acentuadas na primeira versão da prova que (felizmente?) não foi aplicada. Vamos considerar algumas delas nas seções seguintes. Apesar de algumas melhorias, sérios problemas ainda permanecem na segunda prova, como discutiremos mais para o fim do artigo.

Comentários gerais sobre a prova vazada

Caso a prova tivesse sido aplicada, ao menos duas questões teriam que ser anuladas: as de número 79 e 86. Como veremos nos itens 3 e 4, as respostas corretas simplesmente não aparecem entre as alternativas apresentadas. Erros desse tipo não são raros, mas esses dois são um tanto grosseiros e poderiam ter sido facilmente evitados com uma revisão mais cuidadosa. Mais preocupante ainda é a tendência, evidente em diversos pontos da prova, de não se enunciar claramente as perguntas. Os enunciados são vagos e imprecisos e são frequentes os erros gramaticais. Às vezes o que se diz não é o que se quer, e é preciso uma certa malícia para descobrir a verdadeira intenção dos examinadores. Acreditamos que tal desleixo com a linguagem é extremamente deseducativo. Como esperar que os alunos se expressem com precisão se os examinadores do ENEM não o fazem? Não seria essa capacidade uma das habilidades desejadas de um egresso do ensino médio?

Seguem exemplos de questões mal formuladas.

(1) A Questão 46 traz gráficos que indicam o aumento de preços de cinco itens que compõem a inflação em quatro regiões. Pergunta-se qual item foi “determinante” para a inflação. Nas quatro regiões, um mesmo item se destaca como tendo tido um maior aumento, mas não se informa o peso relativo de cada item componente da inflação. Sem esse dado, a questão é insolúvel. Aparentemente, espera-se que o aluno suponha que todos os itens têm o mesmo peso. É irônico que, para resolver uma questão contextualizada, o aluno seja obrigado a fazer uma suposição totalmente irreal. Também a pergunta não é das mais felizes. Afinal, todos os fatores são determinantes para a inflação. O que se quer saber é qual item deu a maior contribuição. O ENEM deveria usar uma linguagem mais precisa que a dos telejornais.

(2) O enunciado da Questão 51 informa que o objetivo de um remédio é aumentar a quantidade de uma substância no organismo e que, depois de alcançado esse objetivo, a quantidade deve voltar ao normal. Pede-se que o aluno escolha um gráfico que melhor represente essa quantidade como função do tempo. Há duas alternativas (A e D) em que a quantidade parte de um valor positivo, cresce, depois decresce e se estabiliza em um valor positivo. Numa delas o valor final é maior que o inicial e na outra é igual. Para descartar uma das duas, espera-se que o aluno suponha que, antes do início do tratamento, a quantidade da substância no organismo era a normal. Seria também razoável supor que o remédio foi ministrado para suprir uma baixa concentração da substância, que voltaria a um patamar mais alto ao final.

(3) Informa-se, na Questão 66, que a coleta de latinhas de alumínio mo-

vimentou a importância de 523 milhões em um ano, gerando renda para 180 mil trabalhadores. Diz-se também que, em muitos casos, essa renda serve como complementação ao orçamento familiar. Depois se pergunta qual foi a renda média mensal dos trabalhadores envolvidos na atividade. Com base nessas informações, o problema é insolúvel, pois não se sabe nada sobre o restante da renda dos trabalhadores que não se dedicam exclusivamente à coleta de latinhas. O aluno então tem de ignorar parte da informação dada no enunciado e supor que toda a renda mensal dos trabalhadores envolvidos provém da coleta de latinhas.

2. Um problema contextualizado confuso e fora da realidade

Questão 83. A empresa WQTU Cosmético vende um determinado produto x, cujo custo de fabricação de cada unidade é dado por $3x^2 + 232$, e o seu valor de venda é expresso pela função $180x - 116$. A empresa vendeu 10 unidades do produto x, contudo a mesma deseja saber quantas unidades precisa vender para obter um lucro máximo. A quantidade máxima de unidades a serem vendidas pela empresa WQTU para a obtenção do maior lucro é: (A) 10 (B) 30 (C) 58 (D) 116 (E) 232

Esta é uma questão que, de tão mal redigida, pode prejudicar o aluno habituado à leitura crítica de textos. Com uma dose de malícia, o aluno perceberia o que se quer dele: que subtraia uma função da outra e ache a abscissa do vértice da parábola $y = 180x - 116 - (3x^2 + 232)$, obtendo assim a alternativa (B). Mas o que pede, de fato, a questão?

Em primeiro lugar, o x é usado com pelo menos dois significados distintos: o nome do produto e a variável das duas funções dadas. O primeiro desses significados está claramente enunciado, mas não se dá o significado da variável x que aparece nas funções $3x^2 + 232$, e $180x - 116$. É razoável supor que x denota, em cada função, respectivamente, o número de unidades fabricadas ou vendidas do produto.

Também não está claro o significado da expressão “custo de fabricação por unidade”. A interpretação mais ao pé da letra seria que o custo de fabricação por unidade é o custo total da produção dividido pelo número de unidades. Daí o custo total de x unidades seria dado por $x(3x^2 + 232)$. Se subtrairmos o valor de venda, teremos ainda uma função cúbica. Como não se ensina a maximizar funções cúbicas no ensino médio, conclui-se que os examinadores quiseram dizer (mas não disseram) que o custo total para fabricar

x unidades do produto é $3x^2 + 232$. E o que quer dizer "o valor de venda é $180x - 116$"? Não está dito, mas o mais simples seria entender que $180x - 116$ é o valor total obtido com a venda de x unidades do produto.

Há ainda um outro problema. Pede-se o valor máximo de x que maximize o lucro. Essa redação só faria sentido se o lucro máximo ocorresse em mais de um valor de x. Essa não é uma ocorrência típica em problemas de otimização que possam ser resolvidos com as ferramentas do ensino médio.

Em resumo, chegaremos a um problema factível e com resposta dada por uma das alternativas da questão, se substituirmos o enunciado original por:

Questão 83'. A empresa WQTU Cosméticos vende um determinado produto P. O custo de fabricação de x unidades de P é dado por $3x^2 + 232$, e o valor de venda de x unidades é dado por $180x - 116$. A empresa vendeu 10 unidades do produto P e deseja saber quantas unidades precisa vender para obter um lucro máximo. A quantidade de unidades a serem vendidas pela empresa WQTU para a obtenção desse lucro máximo é (alternativas).

Se tivesse sido esse o enunciado da questão, teríamos ainda uma crítica. Como o custo de produção de x unidades é dado por $3x^2 + 232$, o custo por unidade para fabricar x unidades é dado por $3x + 232/x$, que é uma função crescente para $x > 9$. Ou seja, no mundo imaginário dessa questão contextualizada, não existe a tal da economia de escala.

3. Um problema de probabilidade sem a alternativa correta

Questão 79. Em um concurso realizado em uma lanchonete, apresentavam-se ao consumidor quatro cartas voltadas para baixo, em ordem aleatória, diferenciadas pelos algarismos 0, 1, 2 e 5. O consumidor selecionava uma nova ordem ainda com as cartas voltadas para baixo. Ao desvirá-las, verificava-se quais delas continham o algarismo na posição correta do número 12,50 que era o valor, em reais, do trio-promoção. Para cada algarismo na posição acertada, ganhava-se um real de desconto. Por exemplo, se a segunda carta da sequência escolhida pelo consumidor fosse 2 e a terceira fosse 5, ele ganharia dois reais de desconto. Qual é a probabilidade de um consumidor não ganhar qualquer desconto?

(A) 1/24 (B)3/24 (C)1/3 (D) 1/4 (E)1/2

Despido de sua contextualização, o problema pode ser assim formulado: "Escolhendo-se ao acaso (com igual probabilidade) uma, entre todas as permutações de 4 objetos distintos, qual é a probabilidade de que, depois de permutados, nenhum objeto permaneça em sua posição original?". Uma permutação de n objetos (distintos) com a propriedade acima é denominada uma permutação caótica, ou desarranjo. Para resolver o problema proposto, basta determinar a quantidade de permutações caóticas de 4 objetos (número de casos "favoráveis") e dividir pela quantidade total dessas permutações.

A contagem das permutações caóticas de n objetos é um problema menos conhecido e consideravelmente mais difícil que a contagem de todas as permutações. Para os interessados, recomendamos o texto [1] e os artigos [3] e [2]. Para n suficientemente pequeno, essa contagem pode ser feita simplesmente por enumeração exaustiva. É o que fazemos a seguir para $n = 4$.

Queremos saber de quantas maneiras podemos reordenar os algarismos 1, 2, 5 e 0 de modo que nenhum deles permaneça na posição original. Listemos primeiro as ordenações nas quais o algarismo 1 figura na segunda posição. Nesse caso, se o 2 for para a primeira posição, sobram os números 5 e 0 que devem então permutar suas posições. A nova ordenação será (2; 1; 0; 5). Suponhamos agora que 2 vá para a posição 3. Sobram os algarismos 5 e 0 e as posições 1 e 4. Como o 0 não pode continuar na posição 4, a nova ordenação será (0; 1; 2; 5). Se o 2 for para a posição 4, segue de maneira análoga que a nova ordenação tem que ser (5; 1; 0; 2). Portanto, temos 3 permutações caóticas levando 1 para a segunda posição: (2; 1; 0; 5), (0; 1; 2; 5) e (5; 1; 0; 2).

As mesmas considerações permitem encontrar exatamente 3 permutações caóticas nas quais o 1 ocupa a posição 3 e mais 3 nas quais o 1 ocupa a posição 4, num total de 9 permutações. São elas: (2; 1; 0; 5), (0; 1; 2; 5), (5; 1; 0; 2), (5; 0; 1; 2), (0; 5; 1; 2), (2; 0; 1; 5), (0; 5; 2; 1), (5; 0; 2; 1) e (2; 5; 0; 1).

Logo, a probabilidade de o consumidor não ganhar desconto é $9/24 = 3/8$, valor que não aparece entre as alternativas dadas.

4. Um problema sobre interseções máxima e mínima de conjuntos

Questão 86. Uma pesquisa foi realizada para tentar descobrir, do ponto de vista das mulheres, qual é o perfil da parceira ideal procurada pelos homens do séc. XXI. Alguns resultados estão apresentados no quadro abaixo. Se a pesquisa foi realizada com 300 mulheres, então a quantidade delas que acredita que os homens odeiam ir ao "shopping" e pensa que eles preferem que elas façam todas as tarefas da casa é
(A) inferior a 80. (B) superior a 80 e inferior a 100. C) superior a 100 e inferior a 120.
(D) superior a 120 e inferior a 140. (E) superior a 140.

O que as mulheres pensam que os homens preferem

72% das mulheres têm certeza de que os homens odeiam ir ao shopping No entanto apenas 39% dos homens disseram achar a atividade insuportável	65% pensam que os homens preferem que mulheres que façam todas as tarefas de casa No entanto, 84% deles disseram acreditar que tarefas devem ser divididas entre o casal

Seja A o conjunto das mulheres que acredita que os homens odeiam ir ao "shopping" e B o conjunto das mulheres que pensa que eles preferem que elas façam todas as tarefas da casa. Denotemos por a, b e x o número de elementos de A, B e $A \cap B$, respectivamente. Vamos determinar o maior e o menor valor possível para x. Como $A \cap B \subset B$, então $x \leq b$ e $x = b$ se e somente se $A \cap B = B$, ou seja, $B \subset A$ (usamos que o número de elementos de A é maior que o de B, logo é possível que $A \cap B$ seja igual a B, mas não é possível que seja igual a A). Daí decorre que o maior valor possível para x é o número de elementos de B, $(65/100) \times 300 = 195$.

O problema de encontrar o menor valor possível foi discutido para o caso de três conjuntos em [4]. No presente caso, de dois conjuntos, basta usar que $x = a + b - y$, sendo y o número de elementos do conjunto união $A \cup B$. O valor de x será mínimo quando y for máximo, ou seja, quando $A \cup B$ for o conjunto de todas as mulheres pesquisadas. Dos dados do problema, temos $x = 300 \times (65/100 + 72/100) - 300 = 111$. Assim, podemos assegurar, a partir dos dados do problema, que a quantidade pedida é maior ou igual a 111 e menor ou igual a 195. O usual, em uma questão de múltipla escolha como essa, é que a alternativa correta seja uma afirmação que necessariamente decorra dos dados. Por essa interpretação, nenhuma das alternativas apresentadas está correta. Todas admitem valores fora do intervalo de 111 a 195.

Uma outra interpretação do enunciado seria que se pede uma alternativa que não seja incompatível com os dados ou, ainda, que não seja necessariamente falsa ou que seja possivelmente verdadeira. Adotando-se essa interpretação não convencional, estariam corretas as alternativas (C), (D) e (E).

5. A prova que realmente ocorreu

Alguns dos problemas presentes na prova que vazou foram evitados na segunda versão. Em primeiro lugar, não ocorreram, dessa vez, erros claros. Todas as questões (convenientemente interpretadas) contêm a resposta correta entre as alternativas apresentadas. Fica evidente um cuidado maior com a redação dos enunciados, embora ainda existam problemas com imprecisões e ambiguidades, especialmente nas questões ligadas a problemas "do mundo real" ou "contextualizadas". Queremos esclarecer que não temos objeções de princípio à inclusão de questões desse tipo. Acreditamos que, aplicadas criteriosamente, elas podem desempenhar um papel muito positivo na avaliação. Não concordamos, entretanto, com o modismo que as torna norma obrigatória. Questões mais "abstratas" também têm um papel importante a desempenhar: afinal a abstração ou "descontextualização" é uma característica essencial da Matemática. Um ponto um tanto óbvio, mas nem sempre reconhecido é que é bem mais difícil formular boas questões desse tipo, em comparação com as mais abstratas. Até certo ponto, algumas falhas do exame podem ser atribuídas a essa dificuldade. Para contornar a imensa complexidade dos problemas reais, corre-se sempre o risco de recorrer a enunciados complicados ou confusos, simplificações excessivas ou situações irreais.

Um exemplo ocorre na Questão 154 (vamos nos referir sempre à numeração da prova amarela), na qual se diz que a rampa de um hospital tem na sua parte mais elevada uma altura de 2,2 metros e que um paciente ao caminhar sobre a rampa "percebe" que se deslocou 3,2 metros e alcançou uma altura de 0,8 metro. Pede-se então a distância que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa. Não é uma forma realista de se calcular comprimento de rampas e é difícil imaginar como um paciente poderia "perceber" as distâncias informadas. Essa "contextualização" um tanto artificial não chega a criar problemas desde que não seja levada demasiadamente a sério. O risco aqui é induzir o estudante a acreditar que se trata de uma aplicação real da Matemática o que é, no máximo, uma ilustração conveniente.

Uma falha mais grave (e perfeitamente evitável) é a ambiguidade presente em alguns dos enunciados. Consideremos, por exemplo, a Questão 162.

Questão 162. Uma escola lançou uma campanha para seus alunos arrecadarem, durante 30 dias, alimentos não perecíveis para doar a uma comunidade carente da região. Vinte alunos aceitaram a tarefa e nos primeiros 10 dias trabalharam 3 horas diárias, arrecadando 12 kg de alimentos por dia. Animados com os resultados, 30 novos alunos somaram-se ao grupo, e passaram a trabalhar 4 horas por dia nos dias seguintes até o término da campanha. Admitindo-se que o ritmo de coleta tenha se mantido constante, a quantidade de alimentos arrecadados ao final do prazo estipulado seria de (A) 920 kg. (B) 800 kg. (C) 720 kg. (D) 600 kg. (E) 570 kg.

Não está claro qual é o grupo de pessoas que vai trabalhar por 4 horas nos últimos dias; se todos os alunos, ou apenas os que se juntaram mais tarde. Tal como está enunciada a questão, essa dúvida só pode ser dirimida verificando que apenas a primeira interpretação está contemplada nas alternativas. Nesse caso, seria muito fácil evitar a ambiguidade. Bastaria esclarecer que TODOS os alunos passaram a trabalhar 4 horas.

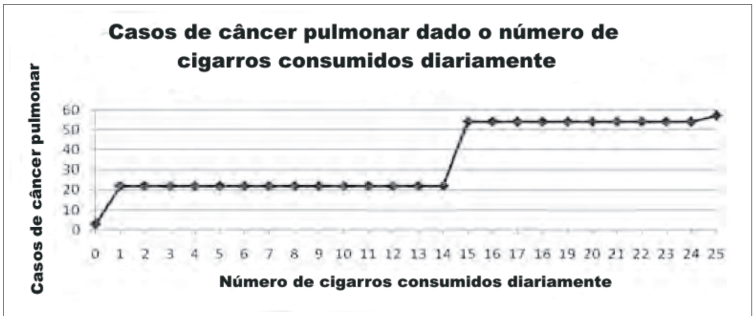
Temos objeções também na seguinte questão de contagem:

Questão 166. Doze times se inscreveram em um torneio de futebol amador. O jogo de abertura do torneio foi escolhido da seguinte forma: primeiro foram sorteados 4 times para compor o Grupo A. Em seguida, entre os times do Grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo, e o segundo seria o time visitante. A quantidade total de escolhas possíveis para o grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura podem ser calculados através de (A) uma combinação e um arranjo, respectivamente. (B) um arranjo e uma combinação, respectivamente. (C) um arranjo e uma permutação, respectivamente. (D) duas combinações. (E) dois arranjos.

A pergunta escolhida não é das mais apropriadas. É sempre aconselhável evitar questões sobre os procedimentos envolvidos na solução de um problema, pois há, em geral, muitas possibilidades e não se pode exigir que o estudante escolha o caminho imaginado pela banca. Um agravante, no caso presente, é que se pedem os nomes dos procedimentos utilizados, o que, curiosamente, contraria os propósitos frequentemente alardeados de evitar a memorização e a "decoreba". (Só para esclarecer: não pensamos que o aprendizado de procedimentos padrão, incluindo nomes, seja inútil ou desaconselhável, é a forma de cobrá-los aqui que nos parece inadequada.) Além disso, o enunciado deixa, mais uma vez, alguma margem a dúvidas. Como a segunda pergunta é sobre a escolha dos times no jogo de abertura, pode-se argumentar que o correto é usar uma "combinação", ainda que o parágrafo anterior sugira que o local da partida também deve ser levado em conta. A dúvida poderia ser evitada, por exemplo, eliminando da última frase do enunciado as palavras "dos times".

Terminamos esta seção com uma questão que ilustra particularmente bem as dificuldades do exame com os problemas “contextualizados”.

Questão 142. A suspeita de que haveria uma relação causal entre tabagismo e câncer de pulmão foi levantada pela primeira vez a partir de observações clínicas. Para testar essa possível associação, foram conduzidos inúmeros estudos epidemiológicos. Dentre esses, houve o estudo do número de casos de câncer em relação ao número de cigarros consumidos por dia, cujos resultados são mostrados no gráfico a seguir. De acordo com as informações do gráfico,



Centers for Disease Control and Prevention CDC-EIS Summer Course – 1992 (adaptado).

(A) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas inversamente proporcionais. (B) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que não se relacionam. (C) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas diretamente proporcionais. (D) uma pessoa não fumante certamente nunca será diagnosticada com câncer de pulmão. (E) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que estão relacionadas, mas sem proporcionalidade.

Este gráfico é muito estranho. Não parece razoável que se tenha a mesma incidência de câncer de pulmão entre os que fumam 1 ou 14 cigarros por dia. E faria muito pouco sentido o risco mais que dobrar quando se passa de 14 para 15 cigarros. Parece a história da azeitona que causou uma indigestão. A prova do ENEM diz que o gráfico foi adaptado a partir de dados do “Centers for Disease Control and Prevention CDC-EIS”. A provável fonte da adaptação é o texto “Cigarette Smoking and Lung Cancer”, do *site* “Epidemiology Program Office” do centro citado, http://www.cdc.gov/eis/casestudies/casestudylist.htm. A Tabela 3 desse texto informa que, em uma certa amostra estudada, o número de mortes por câncer de pulmão foi 136. Desses, 3 eram não fumantes, 22 fumavam de 1 a 14 cigarros por dia, 54 fumavam de 15 a 24 cigarros por dia e 57 fumavam mais de 25 cigarros por dia. Esses são os números que foram parar no eixo vertical do gráfico da prova. O modo como esses dados foram usados para gerar esse gráfico demonstra que quem elaborou a questão não tem a habilidade de "utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências" nem de "analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos". As frases entre aspas são as Habilidades 24 e 26 da matriz de referência de Matemática e suas tecnologias para o ENEM 2009, disponível no *site* do INEP.

Nessa questão, a resposta do gabarito (E) deve ser obtida a partir de um gráfico fora da realidade. Existem estudos que indicam aumento da incidência de câncer de pulmão com o aumento do consumo de cigarros.

6. Alguns comentários finais

Uma queixa quase unânime dos alunos que prestaram o exame foi a sua extensão. De fato, a quantidade de questões, os longos enunciados e a quantidade de cálculos tornaram a prova bastante longa e cansativa. Uma possível razão para isso foi o objetivo de aumentar a dificuldade da prova, tendo em vista os seus novos propósitos de seleção para o ensino superior, sem alterar muito a sua concepção. Terá sido essa a melhor solução? Não seria mais adequado introduzir algumas questões sobre assuntos negligenciados? Elas poderiam substituir, por exemplo, questões sem nenhum conteúdo matemático, típicas dos famosos "testes de Q.I.", como a 49 e a 78 da prova vazada e a 145 da prova que realmente ocorreu.

Agradecimentos

Este artigo muito deve a discussões com colegas do IME-USP, especialmente Saulo Maciel de Barros e Daniel Tausk. Agradecemos também os esclarecimentos técnicos sobre incidência de câncer em fumantes dados por José Renato G. Amaral, médico assistente do Hospital das Clínicas da Faculdade de Medicina da USP.

Referências bibliográficas

[1] Morgado, Augusto C. O; Carvalho, João B. P. de; Carvalho Paulo C. P. de; Fernandez, Pedro, *Análise Combinatória e Probabilidade.* IMPA, 1991.

[2] Carlos G. Moreira. *Amigo oculto*. RPM 15.

[3] José P. Carneiro. *O problema do amigo oculto*. RPM 28.

[4] Seção O Leitor Pergunta. RPM 64.