



A Matemática do Índice de Desenvolvimento Humano – IDH

Márcio Andrade Monteiro

Para medir o nível de desenvolvimento humano de países, o indicador mais utilizado é o Índice de Desenvolvimento Humano (*IDH*). Esse indicador foi criado pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (*PNUD*), órgão da Organização das Nações Unidas (*ONU*), e é mensurado a partir de três dimensões: acesso à educação e cultura, possibilidade de uma vida saudável e longa e padrão de renda adequado. Os indicadores usados para medir essas dimensões são, respectivamente: taxa de alfabetização combinada à taxa de matrícula, esperança de vida ao nascer e Produto Interno Bruto (*PIB*) *per capita*.

Apesar das críticas de diversos especialistas, o *IDH* é muito usado para avaliação e comparação entre países. Os livros de Geografia do ensino fundamental e médio costumam apresentar o indicador, mas sem detalhes. Ele, entretanto, tem uma expressão matemática não trivial que pode dar origem a um bom trabalho interdisciplinar ligando a Matemática e a Geografia.

O *IDH* e suas dimensões variam de 0 a 1, de tal forma que, quanto mais próximo de 1, maior é o desenvolvimento humano. A fórmula do *IDH* é

$$IDH = \frac{IDH_S + IDH_E + IDH_R}{3},$$

sendo

IDH_S = Índice de vida saudável.

IDH_E = Índice de acesso à educação e cultura.

IDH_R = Índice de padrão de renda adequado de vida.

Para calcular IDH_S , IDH_E e IDH_R , utiliza-se um procedimento de normalização para que esses índices variem de 0 a 1.

Suponha que um indicador x varia de x_{\min} (valor mínimo) até x_{\max} (valor máximo). A normalização é feita pela transformação:

$$x_{\text{norm}} = (x - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min}).$$

Assim, temos:

$IDH_S = \frac{E - 25}{85 - 25}$, sendo E = Esperança de vida ao nascer. Os valores mínimo e máximo desse indicador, 25 e 85 anos, são dados pelo *PNUD*.

$$IDH_E = \frac{2}{3} \left(\frac{A - 0}{100 - 0} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{M - 0}{100 - 0} \right), \text{ sendo}$$

A = taxa de alfabetização, que é a porcentagem de pessoas com 15 anos ou mais, alfabetizadas e

M = taxa de matrículas, que é a porcentagem das pessoas entre 7 e 24 anos que estão matriculadas nos diferentes níveis de ensino.

$$IDH_R = \frac{\log(PIB_{PC}) - \log 100}{\log 40000 - \log 100}, \text{ sendo } PIB_{PC} = PIB \text{ per capita em}$$

dólares. O mínimo e o máximo dessa variável, que também são dados pelo *PNUD*, são 100 e 40 000 dólares/habitante.

O uso do logaritmo é justificado, pois o que interessa são as diferenças relativas e não absolutas: um real extra de renda, quando a renda é de 10 mil reais, não é insumo tão importante quanto um real extra quando a renda é de 100 reais. Isso sugere uma exploração interessante da função logarítmica, entre a turma e os professores de Matemática e Geografia.

Em 2005, o Brasil estava em 70º lugar no *IDH*, entre 177 países, com $E = 71,7$; $A = 88,6$; $M = 87,5$; $PIB_{PC} = 8402$ dólares/habitante e um *IDH* igual a 0,800, sendo considerado, pela primeira vez, entre os países de alto desenvolvimento humano (Estamos?).